

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**

УТВЕРЖДАЮ  
Руководитель ОСПОО



Ю.В. Овчинникова  
«16» октября 2025 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**  
**ОПЦ.14 МАТЕМАТИКА**

для специальности среднего профессионального образования  
**38.02.07 БАНКОВСКОЕ ДЕЛО**  
Квалификация «специалист банковского дела»

**Владимир, 2025**

Разработчик: Митин Сергей Петрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры ФМОиИТ

Фонд оценочных материалов (средств) рассмотрен и одобрен на заседании ОСПЮО  
протокол № 2 от 16.10.2025

Руководитель ОСПЮО Овчинникова Юлия Владимировна

Фонд оценочных материалов (средств) рассмотрен и одобрен на заседании учебно-  
методической комиссии специальности 38.02.07 Банковское дело  
Протокол № 1 от 16.10.2025

Председатель УМК  
заведующий кафедрой ФПиТД  
к.ю.н., доцент

И.В. Погодина

## 1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Код OK, ПК	Навыки	Умения	Знания
OK 01		распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте	актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить
		анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части	основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте
		определять этапы решения задачи	алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях
		выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы	методы работы в профессиональной и смежных сферах
		составлять план действия	структуру плана для решения задач
		определять необходимые ресурсы	порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности
		владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах	
		реализовывать составленный план	
		оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника)	
PK 1.1	правильно и полно оформлять расчетные и кассовые документы	проверять правильность и полноту оформления расчетных и кассовых документов	правила совершения операций по расчетным счетам, очередность списания денежных средств; порядок оформления, представления, отзыва и возврата расчетных документов; порядок планирования операций с наличностью

## 2. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

### Рейтинг-контроль №1

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -5 \\ -5 & 3 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}.$$

**Задание 1.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ :  
Вычислить  $A \cdot B$ .

*Ответ.*  $AB = \begin{pmatrix} -9 & 65 \\ -13 & 11 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & -3 & -4 \\ 2 & -4 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \end{vmatrix}.$$

**Задание 2.** Вычислить определитель:

*Ответ:*  $-78$ .

**Задание 3.** Для данной матрицы  $A$  найдите обратную матрицу,

где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

*Ответ:*  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ -3 & -9 & 5 \\ 4 & 11 & -6 \end{pmatrix}$ .

**Задание 4.** Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 8 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -3 \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}.$$

*Ответ:*  $[x_1 = 7, x_2 = 9, x_3 = 2]$ .

**Задание 5.** Найдите общее и базисное решение системы линейных уравнений методом Гаусса (с указанием ранга матрицы системы).

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -1 \end{cases}$$

*Ответ:* ранг = 3,

если  $\begin{cases} x_1 = 5 - x_4 \\ x_2 = \frac{2}{3}x_4 + \frac{20}{3} \\ x_3 = \frac{1}{3}x_4 + \frac{13}{3} \end{cases}$  то  $(5, \frac{20}{3}, \frac{13}{3}, 0)$ ,

если  $\begin{cases} x_1 = 18 - 3x_3 \\ x_2 = 2x_3 - 2 \\ x_4 = 3x_3 - 13 \end{cases}$  то  $(18, -2, 0, -13)$ ,

если  $\begin{cases} x_1 = 15 - \frac{3}{2}x_2 \\ x_3 = \frac{1}{2}x_2 + 1 \\ x_4 = \frac{3}{2}x_2 - 10 \end{cases}$  то  $(15, 0, 1, -10)$ ,

если  $\begin{cases} x_2 = 10 - \frac{2}{3}x_1 \\ x_3 = 6 - \frac{1}{3}x_1 \\ x_4 = 5 - x_1 \end{cases}$  то  $(0, 10, 6, 5)$ .

### Рейтинг-контроль №2

**№1.** Проволокой длиной 100 м нужно оградить прилегающую к дому прямоугольную площадку наибольшей площади. Установить размеры площадки.

**№2.** Вычислить:

$$(2,01)^4; \quad \frac{1}{99}; \quad \sqrt{24,99}.$$

**№3.** Найдите дифференциал следующих функций:

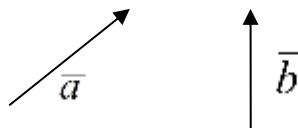
$$y = \frac{x^3}{4x^2 - 7}; \quad y = \sqrt{\sin x + 5}; \quad y = (2x + \log_3 x) \cdot 4^{x^2+2}$$

**№4** Вычислите интегралы

1.  $\int \left( x^3 + 7^x - \frac{2x+5}{x} \right) dx;$
2.  $\int x e^{2x^2+5} dx;$
3.  $\int (x+3)\cos 2x dx;$
4.  $\int_2^5 \left( x^2 + \frac{5}{x^3} - 7x - \log_4 x \right) dx;$
5.  $\int_1^e \frac{(\ln x)^4}{x} dx;$
6.  $\int_1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \arccos x dx.$

### Рейтинг-контроль №3

1. Дано:



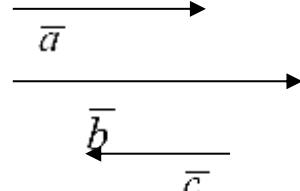
Найти:  $\bar{c}$

$$\bar{a} + \bar{b} + \bar{d}; \quad \bar{d}$$

$$2\bar{a} - \bar{b} - \bar{d};$$

$$2\bar{c} - 2\bar{b} + \bar{d}.$$

2..Дано:



Найти:

$$\bar{a} + \bar{b} - 2\bar{c};$$

$$2\bar{a} - \bar{b} + 3\bar{c};$$

$$\bar{a} - \bar{b} - 2\bar{c}$$

3. Дано:  $\bar{a} = 2\bar{i} - 3\bar{k}$  ;  
 $\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$  ;  
 $\bar{c}(0, -3, 5)$

Найти:

1. длину вектора  $2\bar{a} - 3\bar{c} + \bar{b}$ ;
2. координаты вектора  $\bar{a} - 2\bar{c} + 2\bar{b}$ ;
3. скалярное произведение векторов  $(\bar{a} - \bar{b}) \cdot 2\bar{c}$ .

## **Иные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

### **Тема 1**

Задание 1 Используя материалы лекции, учебную литературу, энциклопедии, дайте определение следующим понятиям:

- Линейная алгебра-
- Матрица-

Задание 2 Выберите один или несколько правильных вариантов ответа

1. Раздел «Линейная алгебра» — это:
  - а) отраслевая математическая наука;
  - б) теоретическая наука;
  - в) раздел математики, посвященный изучению систем линейных уравнений;
  - г) прикладная наука.
2. Учебная дисциплина «Математика» включает:
  - а) линейную алгебру;
  - б) математический анализ;
  - в) специальную часть;
  - г) аналитическую геометрию.
3. Что из этого является предметом изучения дисциплины «Математика»
  - а) матрицы и определители
  - б) производные и интегралы
  - в) векторы и геометрические фигуры
  - г) процедура предварительного расследования по уголовному делу
  - д) система органов Министерства финансов.
4. Расставьте математические действия по их порядку выполнения
  - а) возвведение в степень;
  - б) извлечение корня;
  - в) сложение;
  - г) вычитание;
  - д) умножение;
  - е) деление.

A	Б	В	Г	Д	Е

5. Установите соответствие между элементами предмета изучения дисциплины «Математика» и частью дисциплины, к которой они относятся. Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

Предмет изучения	Часть дисциплины					
А) матрицы Б) определитель В) функция Г) предел функции Д) система линейных уравнений Е) первообразная Ж) интеграл	1) Линейная алгебра 2) Математический анализ					
A	Б	В	Г	Д	Е	Ж

Задание 3 Используя учебники, пособия и интернет-ресурсы подберите примеры нормативных задач, разных уровней.

Раздел Математики	Примеры задач
Линейная алгебра	
Векторный анализ	
Аналитическая геометрия	
Математический анализ. Теория функций	
Теория пределов	
Дифференциальное исчисление	

**Задачи по теме «Матрицы и определители»**

**1. 1.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ :  $A = \begin{pmatrix} -5 & -2 & -1 \\ -9 & 5 & 8 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ . Вычислить  $AB$ .

Ответ:  $AB = \begin{pmatrix} -21 & -37 \\ -28 & -102 \end{pmatrix}$

**1.2.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ :  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -9 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 8 \\ -9 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Вычислить  $AB$ .

Ответ:  $AB = \begin{pmatrix} -33 & 26 & 49 \\ -72 & 55 & -52 \\ 9 & -7 & -5 \end{pmatrix}$ .

**1.3.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ :  $A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 0 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 9 \\ -2 & -4 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$ . Вычислить  $AB$ .

Ответ  $AB = \begin{pmatrix} -21 & 43 \\ -18 & -48 \end{pmatrix}$ .

**1.4.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ :  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & -7 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -7 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & -7 \end{pmatrix}$ . Вычислить  $AB$ .

Ответ:  $AB = \begin{pmatrix} -14 & -10 & -48 \\ -21 & 17 & 40 \\ -42 & -8 & -67 \end{pmatrix}$ .

**1.5.** Вычислить определители:  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 \\ 4 & -2 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ .

Ответ: 92.

**1.6.** Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ -4 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ .

Ответ: 60.

**1.7.** Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -4 \\ 2 & 4 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ .

Ответ: 11.

**1.8.** Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} -3 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & -4 & 1 \end{vmatrix}$ .

Ответ: -56 .

**1.9.** Для данной матрицы найдите обратную матрицу  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -4 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix}.$$

**1.10.** Для данной матрицы найдите обратную матрицу  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -6 & -3 & -8 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

**1.11.** Для данной матрицы найдите обратную матрицу.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 7 & -8 \\ -2 & 8 & -9 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -5 & 4 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

**1.12.** Для данной матрицы найдите обратную матрицу  $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -8 & -5 & -3 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -7 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

**1.13.** Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}X = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

**1.14.** Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

$$\text{Ответ: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$$

**1.15.** Решить матричное уравнение  $X \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -15 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } A^{-1} = \frac{-1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**1.16.** Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}X = \begin{pmatrix} 10 & -13 \\ -6 & -9 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } A^{-1} = \frac{-1}{12} \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

**1.17.** Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}X = \begin{pmatrix} -1 & -11 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } A^{-1} = \frac{-1}{11} \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

**1.18.** Решить матричное уравнение  $X \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -11 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Ответ: } A^{-1} = \frac{-1}{13} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

### Задачи

**2.1.** Решите систему линейных уравнений методом Крамера  $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 7 \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 8 \\ -4x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -5 \end{cases}$ .

$$\text{Ответ: } [x_1 = 2, x_2 = -7, x_3 = -3].$$

**2.2.** Решите систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 = -9 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -4 \end{cases}$$

*Ответ:*

$[x_1 = 8, x_2 = 8, x_3 = -7]$

**2.3.** Решите систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} -5x_1 + x_2 + 7x_3 = 6 \\ -3x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \end{cases}$$

*Ответ:*  $[x_1 = 9, x_2 = 9, x_3 = 6]$ .

**2.4.** Решите систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2 \\ 6x_1 + 7x_2 - 8x_3 = 1 \\ 6x_1 + 8x_2 - 9x_3 = 3 \end{cases}$$

*Ответ:*  $[x_1 = -2, x_2 = 3, x_3 = 1]$ .

**2.5.** Найдите общее и базисное решение системы линейных уравнений методом Гаусса (с указанием ранга матрицы системы).

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -55 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 = -31 \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 26 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -24 \end{cases}$$

*Ответ:* ранг = 3,

если  $\begin{cases} x_1 = -x_4 - 5 \\ x_2 = \frac{2}{3}x_4 + 12 \\ x_3 = \frac{1}{3}x_4 + 5 \end{cases}$ , то  $(-5, 12, 5, 0)$ ,

если  $\begin{cases} x_1 = 10 - 3x_3 \\ x_2 = 2x_3 + 2 \\ x_4 = 3x_3 - 15 \end{cases}$ , то  $(10, 2, 0, -15)$ ,

если  $\begin{cases} x_1 = 13 - \frac{3}{2}x_2 \\ x_3 = \frac{1}{2}x_2 - 1 \end{cases}$ , то  $(13, 0, -1, -18)$ ,

если  $\begin{cases} x_2 = \frac{26}{3} - \frac{2}{3}x_1 \\ x_3 = \frac{10}{3} - \frac{1}{3}x_1 \end{cases}$ , то  $\left(0, \frac{26}{3}, \frac{10}{3}, -5\right)$ .

$x_4 = -x_1 - 5$

**2.6.** Найдите общее и базисное решение системы линейных уравнений методом Гаусса (с указанием ранга матрицы системы).

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -2 \\ 5x_2 + 7x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_1 + 8x_2 + 11x_3 - 6x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \end{cases}$$

*Ответ:* ранг = 2,

если  $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{5}x_3 - \frac{2}{5}x_4 - \frac{22}{5} \\ x_2 = \frac{4}{5}x_4 - \frac{7}{5}x_3 + \frac{4}{5} \end{cases}$ , то  $\left(-\frac{22}{5}, \frac{4}{5}, 0, 0\right)$ ,

если  $\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{7}x_2 - \frac{2}{7}x_4 - \frac{30}{7} \\ x_3 = \frac{4}{7}x_4 - \frac{5}{7}x_2 + \frac{4}{7} \end{cases}$ , то  $\left(-\frac{30}{7}, 0, \frac{4}{7}, 0\right)$ ,

если  $\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 - 4 \\ x_4 = \frac{5}{4}x_2 + \frac{7}{4}x_3 - 1 \end{cases}$ , то  $(-4, 0, 0, -1)$ ,

если  $\begin{cases} x_2 = -7x_1 - 2x_4 - 30 \\ x_3 = 5x_1 + 2x_4 + 22 \end{cases}$ , то  $(0, -30, 22, 0)$ .

если  $\begin{cases} x_2 = -2x_1 - x_3 - 8 \\ x_4 = \frac{1}{2}x_3 - \frac{5}{2}x_1 - 11 \end{cases}$ , то  $(0, -8, 0, -11)$ ,

если  $\begin{cases} x_3 = -2x_1 - x_2 - 8 \\ x_4 = -\frac{7}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 - 15 \end{cases}$ , то  $(0, 0, -8, -15)$ .

**2.7.** Найдите общее и базисное решение системы линейных уравнений методом Гаусса (с указанием ранга матрицы системы).

$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 7x_4 = 8 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 = -3 \\ -4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -4 \\ 5x_1 - 2x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 5 \end{cases}$$

Ответ: ранг 3,

если  $\begin{cases} x_1 = 7 - 7x_4 \\ x_2 = 9 - 7x_4, \text{ то } (7, 9, 2, 0), \\ x_3 = 2 - 3x_4 \end{cases}$

если  $\begin{cases} x_1 = \frac{7}{3}x_3 + \frac{7}{3} \\ x_2 = \frac{7}{3}x_3 + \frac{13}{3}, \text{ то } \left(\frac{7}{3}, \frac{13}{3}, 0, \frac{2}{3}\right), \\ x_4 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}x_3 \end{cases}$

если  $\begin{cases} x_1 = x_2 - 2 \\ x_3 = \frac{3}{7}x_2 - \frac{13}{7}, \text{ то } \left(-2, 0, -\frac{13}{7}, \frac{9}{7}\right), \\ x_4 = \frac{9}{7} - \frac{1}{7}x_2 \end{cases}$

если  $\begin{cases} x_2 = x_1 + 2 \\ x_3 = \frac{3}{7}x_1 - 1, \text{ то } (0, 2, -1, 1). \\ x_4 = 1 - \frac{1}{7}x_1 \end{cases}$

**2.8.** Найдите общее и базисное решение системы линейных уравнений методом Гаусса (с указанием ранга матрицы системы).

$$\begin{cases} 5x_1 - 11x_2 + 4x_3 + x_4 = 3 \\ -3x_1 + x_2 + x_4 = -5 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Ответ: ранг 2,

если  $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{7}x_3 + \frac{3}{7}x_4 + \frac{13}{7} \\ x_2 = \frac{3}{7}x_3 + \frac{2}{7}x_4 + \frac{4}{7} \end{cases}$ , то  $\left(\frac{13}{7}, \frac{4}{7}, 0, 0\right)$ ,

если  $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_4 + \frac{5}{3} \\ x_3 = \frac{7}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_4 - \frac{4}{3} \end{cases}$ , то  $\left(\frac{5}{3}, 0, -\frac{4}{3}, 0\right)$ ,

если  $\begin{cases} x_1 = \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 + 1 \\ x_4 = \frac{7}{2}x_2 - \frac{3}{2}x_3 - 2 \end{cases}$ , то  $(1, 0, 0, -2)$ ,

если  $\begin{cases} x_2 = 3x_1 - x_4 - 5 \\ x_3 = 7x_1 - 3x_4 - 13 \end{cases}$ , то  $(0, -5, -13, 0)$ ,

если  $\begin{cases} x_2 = \frac{2}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_3 - \frac{2}{3} \\ x_4 = \frac{7}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_3 - \frac{13}{3} \end{cases}$ , то  $\left(0, -\frac{2}{3}, 0, -\frac{13}{3}\right)$ ,

если  $\begin{cases} x_3 = 3x_2 - 2x_1 + 2 \\ x_4 = 3x_1 - x_2 - 5 \end{cases}$ , то  $(0, 0, 2, -5)$ .

## Тема 2

*Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):*

**Теоретические вопросы:**

1. Сформулируйте теорему Пифагора.
2. Перечислите основные фигуры в пространстве.
3. Перечислите способы задания плоскости.
4. Продолжите теорему: «Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то...».
5. Продолжите теорему: «Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то...».
6. Сформулируйте определение двугранного угла.
7. Раскройте понятие «угол между прямыми».
8. Перечислите взаимное расположение двух прямых в пространстве
9. Какие прямые называются параллельными в пространстве?
10. Какие прямые называются скрещивающимися в пространстве?
11. Какие прямые называются перпендикулярными в пространстве?
12. Перечислите взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
13. Раскройте понятие «угол между прямой и плоскостью».
14. Раскройте понятие «параллельность прямой и плоскости».
15. Раскройте понятие «перпендикулярность прямой и плоскости».
16. Перечислите взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
17. Раскройте понятие «угол между плоскостями».
18. Раскройте понятие «параллельность плоскостей».
19. Раскройте понятие «перпендикулярность плоскостей».
20. Как найти расстояние от точки до прямой?
21. Как найти расстояние между прямыми?
22. Как найти расстояние между плоскостями?
23. Продолжите определение: «Перпендикуляр – это...».
24. Продолжите определение: «Наклонная – это...».
25. Продолжите определение: «Проекция наклонной – это...».
26. Перечислите свойства параллельного проектирования.
27. Из чего состоит прямоугольная система координат в пространстве?
28. Если точка лежит в плоскости  $xy$ , какая координата у нее нулевая?
29. Приведите пример координат точки А, которая лежит на оси z.
30. Раскройте понятие «вектор».
31. Какие векторы называются коллинеарными?
32. Какие векторы называются перпендикулярными?

**Контрольная работа**

**Первая часть**

*При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.*

1. (1 балл) Расшифруйте краткую запись:  $a \in \beta$ .

- А) точка а принадлежит плоскости  $\beta$ ; Б) точка а принадлежит прямой  $\beta$ ; В) прямая а принадлежит плоскости  $\beta$ ; Г) прямая а пересекает плоскость  $\beta$ .
2. (1 балл) Прямые АВ и СД скрещиваются. Какое расположение имеют прямые АС и ВД?
- А) параллельные; Б) перпендикулярные; В) скрещиваются; Г) пересекаются.
3. (1 балл) Какие из векторов  $a(1,2,-3)$ ,  $c(3,6,-6)$ ,  $b(2,4,-6)$  коллинеарные?
- А) а, в; Б) с, в; В) а, с; Г) коллинеарных векторов нет.
4. (1 балл) Даны точки А(2,0,5), В(2,4,-2) С(-2,6,3). Серединой какого отрезка является точка М(0,3,4)?
- А) АВ; Б) ВС; В) АС; Г) СВ.

### **Вторая часть**

***При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.***

5. (2 балла) Через концы отрезка АВ и его середину М проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках А<sub>1</sub>, В<sub>1</sub> и М<sub>1</sub>. Найдите длину отрезка ММ<sub>1</sub>, если отрезок АВ не пересекает плоскость и если АА<sub>1</sub>=6,8 см, ВВ<sub>1</sub>=7,4 см.
6. (2 балла) Прямые АС, АВ и АД попарно перпендикулярны. Найдите отрезок СД, если АВ=5 см, ВС=13 см, АД=9 см.
7. (2 балла) (2 балла) Даны векторы  $a(-6,0,8)$ ,  $b(-3,2,-6)$ . Найдите скалярное произведение векторов.
8. (2 балла) Начертить куб АВСДА<sub>1</sub>В<sub>1</sub>С<sub>1</sub>Д<sub>1</sub>. Построить точку К $\in$ АВ, точку М $\in$ ДД<sub>1</sub>С, отрезок РЕ $\in$ А<sub>1</sub>В<sub>1</sub>С<sub>1</sub>.
9. (2 балла) При каких значениях  $n$  векторы  $\vec{a}(4,n,2)$ ,  $\vec{b}(1,2,n)$  перпендикулярны?
10. (2 балла) Оформите лист бумаги А4 вертикальными, горизонтальными, наклонными линиями, используя разные цветовые оттенки.

### **Эталоны ответов:**

<b>Номер задания</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Ответ</b>	B	B	A	B	7,1	15	-30	-	-1	-

### ***3.3 Производная и первообразная функции***

***Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):***

#### **Теоретические вопросы:**

- Продолжите определение: «Производная – это...».
- Раскройте геометрический смысл производной.
- Раскройте физический смысл производной.
- Перечислите правила вычисления производных.
- Чему равна производная степенной функции?
- Чему равна производная произведения?
- Чему равна производная частного?
- Чему равна производная сложной функции?
- Сформулируйте признак возрастания функции.
- Сформулируйте признак убывания функции.
- Сформулируйте признак точки максимума функции.
- Сформулируйте признак точки минимума функции.

13. Составьте алгоритм решения задач на нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке?
14. Составьте алгоритм исследования и построения графика функции с помощью производной.

### Контрольная работа

#### Первая часть

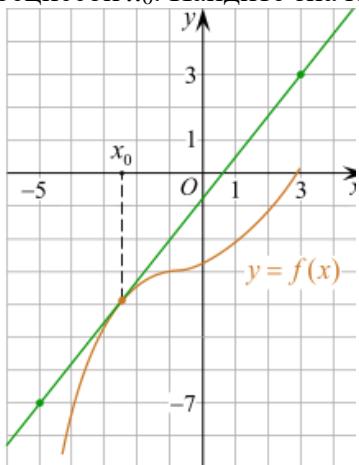
*При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.*

1. (1 балл) Чему равна производная функции  $y=2x^3$ ?  
А)  $y'=5x$ ; Б)  $y'=6x$ ; В)  $y'=6$ ; Г)  $y'=6x^2$ .
2. (1 балл) По какой из формул вычисляется производная частного?  
А)  $(u+v)'=u'+v'$ ; Б)  $(uv)'=u'v+uv'$ ; В)  $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ ; Г)  $(f(g(x))'=f'(g(x))*g'(x)$ .
3. (1 балл) Решите уравнение  $f'(x)=0$ , если  $f(x)=3x^2 - 6x + 4$ . Выберите ответ.  
А) 1; Б) -1; В) 4; Г) -4.
4. (1 балл) Найдите наименьшее значение функции на заданном промежутке.  $y = 3x^2 - 4x + 5 \quad x \in [-3, 2]$   
А) 1; Б) 11/3; В) 3; Г) 12.

#### Вторая часть

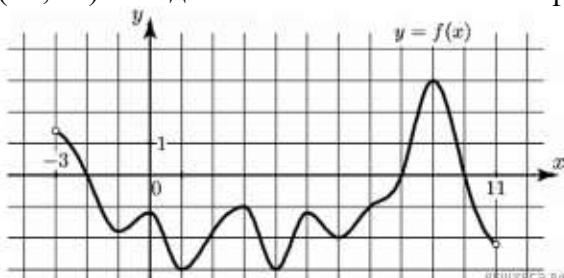
*При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.*

5. (2 балла) Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{4}t^2 + t - 10$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 5 м/с?
6. (2 балла) На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



7. (2 балла) Решите неравенство:  $x^2-16 < 0$

8. (2 балла) На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(x)$  на отрезке  $[2; 9,5]$ .



9. (2 балла) Сумма основания и высоты треугольника равна 12 см. Каким должно быть основание треугольника, чтобы площадь треугольника была наибольшей?

10. (2 балла) Фирме «Дизайн+» выделяют участок земли площадью 100 м<sup>2</sup>. Предлагают четыре участка разных размеров: 25x4; 20x5; 12,5x8; 10x10. Какой участок одобрит директор фирмы «Дизайн+», учитывая, что необходимо будет поставить забор по периметру?

**Эталоны ответов:**

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Г	В	А	Б	8	1,25	(-4; 4)	-3	6	10x10

**Задачи**

**№1.** Найдите производные следующих функций.

- |  |   |
|--|---|
| а) $y = (x^2 + x + 5\sqrt{x})$ ;   | к) $y = 2\sqrt{x} + 5 \frac{x}{2} \cdot \frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} - 1$ ; |
| б) $y = (\sin x + 5) \cdot e^x$ ;  | л) $y = (2^x + \ln x) \cdot \operatorname{arctg} x$ ;                   |
| в) $y = \frac{x^2}{2-x^2}$ ;   | м) $y = \frac{3x-1}{5x+4}$ ;  |
| г) $y = -8x + \sqrt{x} - 3x^2$ ;   | н) $y = x^3 + \frac{5}{x^2} + 7 \sin x$ ;                               |
| д) $y = (x-9) \cdot (\sqrt{x} + 3^x)$ ;  | о) $y = \arcsin x \cdot (x^3 + 7x - 4\sqrt{x})$ ;                       |
| е) $y = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$ ;   | п) $y = \frac{\sqrt{x}}{3x-x^3}$ ;                                      |
| ж) $y = \sqrt[4]{x^3} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + 8$ ; | р) $y = 4x^{\frac{3}{4}} + 3x^{\frac{2}{3}} + 3x$ ;                     |
| з) $y = (2x+1)(x^2 + 3x - 1)$ ;  | с) $y = \frac{x^8+e^x}{7x+\cos x-4}$ .                                  |
| и) $y = \frac{x^2+1+x}{1+x^2}$ ;   |   |

**№2.** Составьте уравнение касательной и нормали к графику функции в точке  $x_0$ .

- |                              |              |
|------------------------------|--------------|
| а) $y = \frac{x}{x-1}$       | $x_0 = 2$ ;  |
| б) $y = \sqrt{x}(x^2 + 5)$   | $x_0 = 4$ ;  |
| в) $y = -x^3 + 9x^2 + x - 1$ | $x_0 = -1$ . |

**№3.** Точка движется по закону  $S = t^2 + 11t + 30$ . Найдите значение скорости в момент времени  $t_0 = 3\text{с}$ .

**Задачи по теме «Нахождение производных сложных функций»**

**№1.** Найдите производные следующих функций:

- |   |  |
|---|--|
| 1) $y = \frac{1}{x^2+5x+1}$ ;               | 8) $y = x^2 \cdot e^{x^2+3x}$ ;                  |
| 2) $y = \lg(3x^2 + x + 4)$ ;                | 9) $y = (3x + 5x^2 + x^3) \cdot 4^{x^2}$         |
| 3) $y = \left(\frac{1+x}{x^2-x}\right)^2$ ; | 10) $y = \frac{5x}{(5-2x)^3}$ ;                  |
| 4) $y = \sqrt[3]{6x^2 + 5x}$ ;              | 11) $y = \frac{\sin 2x}{\cos 3x}$ ;              |
| 5) $y = \sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$ ;           | 12) $y = (x^2 - 2) \sin x + 2x \cos x$ ;         |
| 6) $y = \sin^3 x$ ;                         | 13) $y = \operatorname{tg}^4(x^2 + 1)$ ;         |
| 7) $y = \sin(2x + 3x^3)$ ;                  | 14) $y = (x^2 - 4x + 8) \cdot e^{\frac{x}{2}}$ ; |
| 15) $y = e^x \ln x$ ;                       | 21) $y = \ln \frac{e^x}{e^x+1}$ ;                |

$$\begin{array}{ll}
16) y = \ln \frac{x^3 - 9}{x^3 - 1}; & 22) y = \sqrt[4]{1 + \cos^2 x}; \\
17) y = \frac{x}{2} \sqrt{1 - x^2} + \frac{1}{2} \arcsin x; & 23) y = (x - 1)e^x \\
18) y + \ln \sin \frac{2x+4}{x+1}; & 24) y = (\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)^2 \\
19) y = x \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{x}; & 25) y = \frac{x^2 + 7x}{e^{2x+4}}. \\
20) y = \arcsin(e^{x^2}); 
\end{array}$$

### *Задачи «Дифференциал функции и его нахождение»*

№1. Найти дифференциал следующих функций:

$$\begin{array}{lll}
1) y = \frac{x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}; & 2) y = \sqrt{\sin x + 5^x} + \arctg \sqrt{x^2 + 1}; \\
3) y = \sqrt{4 + x^2}; & 4) y = x^3 \cdot \sin(x^2 + 5x); & 5) y = \cos^2 \frac{x}{2}; \\
6) y = (2x^3 + 3x) \cdot 8^{x+x^3}; & 7) y = \sqrt[3]{x^2} + \frac{7}{x^3} + 4x^{-2}; \\
8) y = \sqrt{\frac{5+x}{x^3 + 3x}}; & 9) y = x^2 \cdot 4^{x^3+5}; & 10) y = \frac{x^3}{(4x+7)^3}.
\end{array}$$

№2. Вычислить приближенное значение функции:

$$\begin{array}{ll}
1) y = x^3 - x^2 \quad x = 2,01; \\
2) f(x) = x^4 - 1 \quad x = -3,3; \\
3) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} \quad x = 1,1.
\end{array}$$

№3. Вычислите приближенное значение следующих выражений:

$$\begin{array}{lll}
1) \frac{1}{0,998}; & 2) (1,02)^7; & 3) \sqrt[3]{1,1}; \\
4) \frac{1}{2,001}; & 5) (9,06)^2; & 6) \sqrt{24,84}; \\
7) \frac{1}{10,02}; & 8) (1,005)^{10}; & 9) \sqrt{99,5}; \\
10) \frac{1}{1,004}; & 11) (0,975)^4; & 12) \sqrt[10]{1,03}; \\
13) \sqrt{101}; & 14) \sqrt[3]{1,012}; & 15) \frac{1}{(1,004)^2}; \\
16) (1,005)^{10}.
\end{array}$$

### *Задачи «Наибольшее и наименьшее значение функции в промежутке. Задачи на максимум и минимум»*

№1. Найдите наибольшее и наименьшее значение следующих функций на заданных промежутках:

$$\begin{array}{ll}
1. y = 3x^4 + 4x^3 + 1 \quad x \in [-2,1]; \\
2. y = 3x^2 - 4x + 5 \quad x \in [-3,2]; \\
3. y = x^3 - 3x^2 + 5x + 10 \quad x \in [-2,3].
\end{array}$$

№2. Сумма двух положительных чисел равна 5. Каковы эти числа, если сумма их кубов является наименьшей.

№3. Сумма основания и высоты треугольника равна 12 см. Каким должно быть основание треугольника, чтобы площадь треугольника была наибольшей?

№4. Из шара радиуса  $R$  выточить цилиндр наибольшего объема. Найдите размеры этого цилиндра.

№5. Произведение двух положительных чисел равно 16. Чему равны эти числа, если их сумма наименьшая.

№6. Из листа картона 80 x 50 см, требуется изготовить коробку открытую сверху наибольшей вместимости. Найти объем коробки.

№7. На какой высоте надо повесить фонарь над центром круглой площадки радиуса 20 см, чтобы площадка была максимально освещена у границы. Ъ

№8. Из всех прямоугольников данного периметра 60 см, найти тот, у которого площадь наибольшая.

### **Задачи «Исследование функции с помощью производных»**

1. Для функции  $f(x) = 4x^5 - 6x^3 + 4x - 3$  найдите промежутки возрастания и убывания, а также укажите точки локальных экстремумов.

*Ответ:*  $\left(-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right)$  – промежутки возрастания функции;

$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  – промежутки убывания;

$-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{10}}{5}$  – точки локального максимума;  $-\frac{\sqrt{10}}{5}, \frac{\sqrt{2}}{2}$  – точки локального минимума.

2. Для функции  $f(x) = (-6 - x)e^{x+2}$  найдите промежутки возрастания и убывания, а также укажите точки локальных экстремумов.

*Ответ:*  $(-\infty; -7)$  – промежуток возрастания;

$(-7; +\infty)$  – промежуток убывания;

$-7$  – точки локального максимума.

3. Для функции  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 27x^2 + 2x - 7$  найдите промежутки выпуклости, вогнутости, а также укажите точки перегиба.

*Ответ:* функция вогнута при  $x \in (-3; 3)$ ; функция выпукла при  $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ ;  $x = -3, x = 3$  – точки перегиба.

Для функции

$$f(x) = 6x^4 + 4x^3 + 8x^2 - 6x - 8$$

найдите промежутки выпуклости, вогнутости, а также укажите точки перегиба.

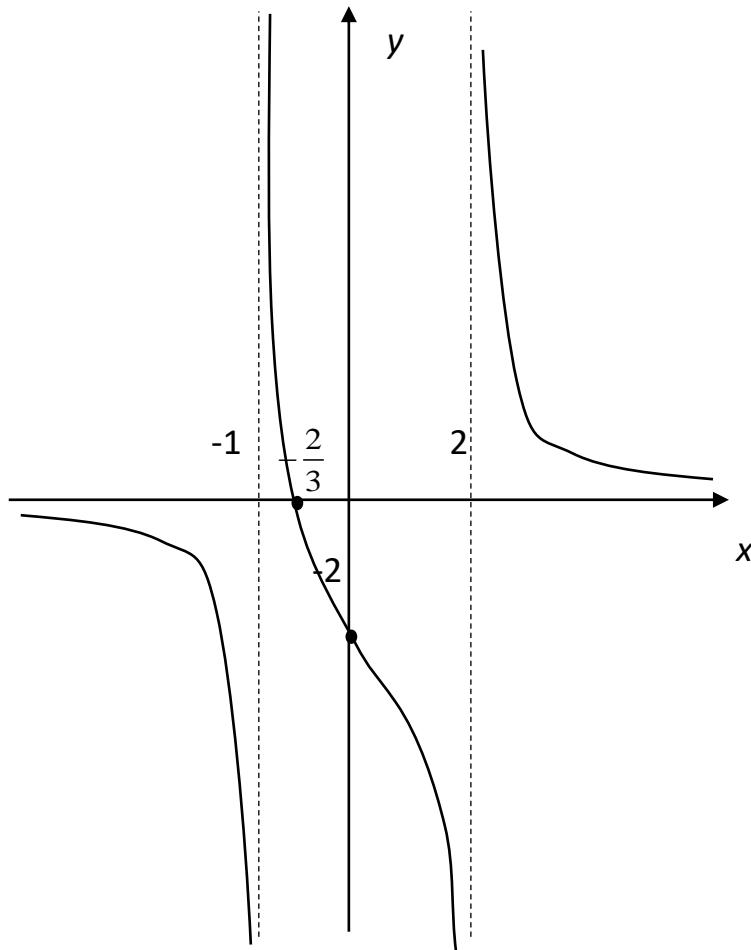
*Ответ:* функция выпукла при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .

Проведите исследование функции

$$f(x) = \frac{6x + 4}{(x + 1)(x - 2)}$$

и постройте эскиз ее графика.

*Ответ:* Итогом исследования является график функции:



#### Тема 4.

*Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):*

**Теоретические вопросы:**

1. Продолжите определение: «Функция  $F(x)$  называется ...».
2. Раскройте геометрический смысл определенного интеграла.
3. Продолжите определение: «Криволинейная трапеция – это...».
4. Сформулируйте формулу Ньютона-Лейбница.
5. В чем заключается общий вид всех первообразных?
6. Перечислите правила вычисления интегралов.

**Контрольная работа**

**Первая часть**

*При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.*

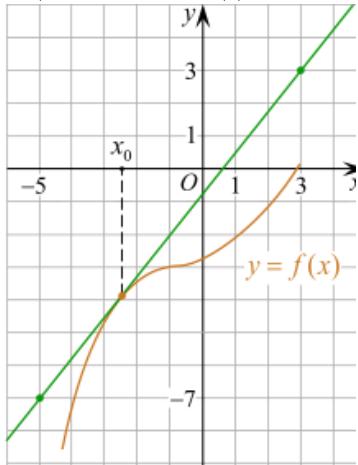
1. (1 балл) Чему равен неопределенный интеграл  $\int 3(2x^2 - 1)^2 dx$ ?  
А)  $2,4x^5 - 4x^3 + 3x$ ; Б)  $0,8x^5 - 4/3 x^3 + x + C$ ; В)  $16x^3 - 8x$ , Г)  $2,4x^5 - 4x^3 + 3x + C$
2. (1 балл) По какой из формул вычисляется производная частного?  
А)  $(u+v)'=u'+v'$ ; Б)  $(uv)'=u'v+uv'$ ; В)  $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ ; Г)  $(f(g(x)))'=f'(g(x)) \cdot g'(x)$ .
3. (1 балл) Решите уравнение  $f'(x)=0$ , если  $f(x)=3x^2 - 6x + 4$ . Выберите ответ.  
А) 1; Б) -1; В) 4; Г) -4.

4. (1 балл) Общий вид всех первообразных для  $f(x)=\sin x$ ?  
 А)  $F(x)=\cos x+C$ ; Б)  $F(x)=-\cos x+C$ ; В)  $F(x)=\tan x+C$ ; Г)  $F(x)=-\tan x+C$ .

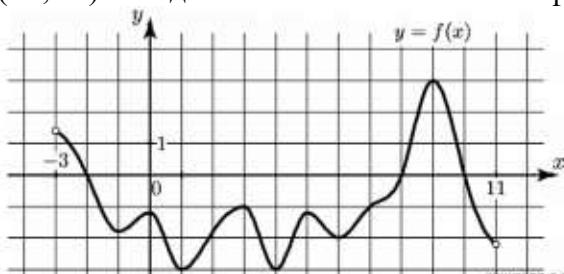
### Вторая часть

*При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.*

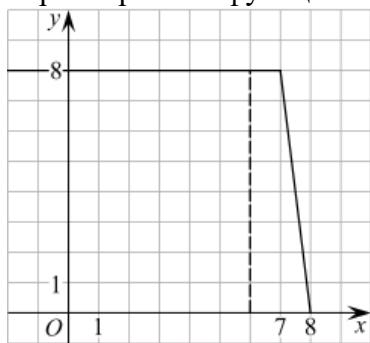
5. (2 балла) Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{4}t^2 + t - 10$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 5 м/с?  
 6. (2 балла) На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



7. (2 балла) Решите неравенство:  $x^2 - 16 < 0$   
 8. (2 балла) На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(x)$  на отрезке  $[2; 9,5]$ .



9. (2 балла) На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(6)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



10. (2 балла) Фирме «Дизайн+» выделяют участок земли площадью  $100 \text{ м}^2$ . Предлагают четыре участка разных размеров:  $25 \times 4$ ;  $20 \times 5$ ;  $12,5 \times 8$ ;  $10 \times 10$ . Какой участок одобрит директор фирмы «Дизайн+», учитывая, что необходимо будет поставить забор по периметру?

**Эталоны ответов:**

<b>Номер задания</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Ответ</b>	Г	В	А	Б	8	1,25	(-4; 4)	-3	12	10x10

### **3. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

#### **Перечень вопросов к зачету**

1. Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности.
2. Матрицы. Операции над матрицами. Решение системы линейных уравнений.
3. Определители, матрицы, системы линейных уравнений
4. Исследование систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений.
5. Решение прикладных задач. Понятие множества.
6. Определение числовой функции одной переменной.
7. Способы задания функций.
8. Свойства функций (монотонность, четность, периодичность).
9. Классификация простейших элементарных функций.
10. Правила построения графиков сложных функций методом преобразований.
11. Определение предела функции.
12. Понятие одностороннего предела.
13. Понятие предела на бесконечности.
14. Теоремы о пределах.
15. Определение непрерывности функции в точке.
16. Классификация точек разрыва.
17. Определение производной функции, ее геометрический смысл.
18. Правила дифференцирования функций.
19. Понятие дифференциала функции, его геометрический смысл.
20. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции одной переменной.
22. Необходимые и достаточные условия точек перегиба графика функции одной переменной.
23. Условия существования вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот.
24. Алгоритм исследования функции с использованием производной.
25. Понятие неопределенного интеграла.
26. Метод интегрирования по частям.
27. Метод замены переменной.
28. Свойства неопределенного интеграла.
29. Понятие определенного интеграла и его геометрический смысл.
30. Вычисление площадей плоских фигур.
31. Свойства определенного интеграла.
32. Формула Ньютона – Лейбница.

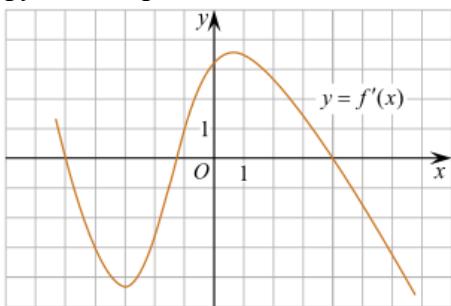
<i>Баллы</i>	<i>Критерии оценки</i>
<b>31-40</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- программный материал усвоеночно, глубоко и системно;</li> <li>- программный материал изложен четко и логично;</li> <li>- студент свободно ориентируется не только в рамках отдельных тем, но и во всем объеме пройденного материала;</li> <li>- студент точно использует терминологию, свободно оперирует понятийно-категориальным аппаратом;</li> <li>- при ответе используются данные источников и дополнительной (исследовательской) литературы;</li> <li>- показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации;</li> <li>- сформированы компетенции и сформулированы аргументированные выводы по предложенным проблемным вопросам.</li> </ul>
<b>21-30</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер;</li> <li>- допущены несущественные ошибки в определении понятий, категорий и т.п., кардинально не меняющих суть изложения;</li> <li>- в изложении допущены небольшие неточности и алогизмы, в целом не искажившие содержание ответа;</li> <li>- допущены один-два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию (или наводящим вопросам) преподавателя;</li> <li>- допущены ошибки или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются самостоятельно или по замечанию преподавателя.</li> </ul>
<b>11-20</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;</li> <li>- усвоены основные категории по рассматриваемому и дополнительным вопросам;</li> <li>- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов;</li> <li>- при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, студент не может применить теорию в новой ситуации;</li> <li>- продемонстрировано поверхностное усвоение основной литературы.</li> </ul>
<b>10 и менее</b>	Студент демонстрирует неудовлетворительное знание базовых терминов и понятий курса, отсутствие логики и последовательности в изложении ответов на предложенные вопросы.

*Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):*

**Первая часть**

*При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.*

1. Даны точки А(2,0,5), В(-2,6,3). Какие координаты имеет середина отрезка АВ – точка М?  
А) М(0, 3, 4); Б) М(2, 3, 4); В) М(0, -3, 4); Г) М(0, 3, -4).
2. (1 балл) Прямые АВ и СД параллельные. Какое расположение имеют прямые АС и ВД?  
А) параллельные; Б) перпендикулярные; В) скрещиваются; Г) пересекаются.
3. (1 балл) Какие из функций являются чётными?  
А)  $y = \sin x$ ; Б)  $y = \cos x$ ; В)  $y = \operatorname{tg} x$ ; Г)  $y = \operatorname{ctg} x$ .
4. (1 балл) На рисунке изображен график производной функции  $y=f'(x)$ . При каком значении  $x$  функция принимает свое наибольшее значение на отрезке  $[-4; -2]$ ?



- А) 0,5; Б) -4; В) -5; Г) 1.

**Вторая часть**

*При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.*

5. (2 балла) Через концы отрезка АВ и его середину М проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках А<sub>1</sub>, В<sub>1</sub> и М<sub>1</sub>. Найдите длину отрезка ММ<sub>1</sub>, если отрезок АВ не пересекает плоскость и если АА<sub>1</sub>=6 см, ВВ<sub>1</sub>=4 см.
6. (2 балла) Даны точки А(6,7,8), В(8,2,6). Найдите длину вектора АВ.
7. (2 балла) Найдите  $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$ .
8. (2 балла) Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t)=t^2-13t+23$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?
9. (2 балла) Данна функция  $f(x)=3x^2+1$ . Чему равна  $F(1)$ ?
10. (2 балла) Решите уравнение  $\cos x=1$ . В ответ запишите наименьший неотрицательный корень.

**Эталоны ответов:**

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	А	Г	Б	Б	5	$\sqrt{33}$	-2	8	2	0

## **1. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации (зачет)**

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной. Обязательная часть содержит задания минимального обязательного уровня, дополнительная часть – более сложные задания. При выполнении заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ. За правильное выполнение любого задания из обязательной части обучающийся получает один балл. При выполнении задания из дополнительной части необходимо подробно описать ход решения и дать ответ. Правильное выполнение заданий дополнительной части оценивается 3 баллами или 1-2 баллами за частичное решение. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

### **Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе**

<b>Отметка</b>	<b>Число баллов, необходимое для получения отметки</b>
«3» (удов.)	6-9
«4» (хорошо)	10-14 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5» (отлично)	более 14 (не менее двух заданий из дополнительной части)

### **Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):**

#### **Экзаменационные задания по математике**

##### **Обязательная часть**

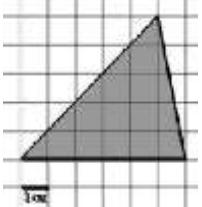
**При выполнении заданий 1-12 запишите ход решения и полученный ответ.**

1. (1 балл) Вычислите:  $2\sin(\pi/6)+2\cos(\pi/3)$
2. (1 балл) На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней выпадало более 2 миллиметров осадков?

День	Осадки (мм)
7	0.5
8	0.3
9	0.6
10	1.2
11	4.5
12	0.1
13	1.1
14	0.1
15	1.5
16	0.1
17	2.5
18	3.5

3. (1 балл) Стоимость услуг частного дизайнера возросла на 10%. Определить, сколько стоили услуги дизайнера до подорожания, если после клиент заплатил 55000руб?
4. (1 балл) На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.
5. (1 балл) Найдите значение выражения  $\log_2 2 + \log_2 32$
6. (1 балл) Найдите корень уравнения  $\sqrt{7-6x} = 7$ .
7. (1 балл) Решите неравенство  $2^{x+5} > 64$ . В ответ запишите наименьшее положительное число.
8. (1 балл) Найдите корень уравнения  $\frac{x+2}{3x-2} = \frac{1}{4}$
9. (1 балл) Найдите производную функции в точке  $x=0$ :  $y = \frac{5}{4}x^4 - 6x^2 + 7x - 1$

10. (1 балл) Кастрюля, оформленная по индивидуальному заказу, имеет форму цилиндра. Высота кастрюли 35 см, диаметр основания 20 см. Рассчитайте вместимость данной посуды, деленную на  $\pi$ .
11. (1 балл) Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке



12. (1 балл) Тело движется по закону  $S(t)=3t^2+5t$  (м) Найти скорость тела через 1с после начала движения.

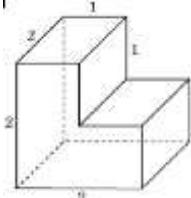
#### Дополнительная часть

*При выполнении заданий 13-16 запишите ход решения и полученный ответ*

13. (3 балла) Вычислите площадь участка стола, отведенного для презентации работ дизайнера Василия, периметр которого ограничиваются линии  $y=x^2-2x-2$  и  $y=-x^2+2$ . Выполните чертеж. Ответ дайте в квадратных метрах.

14. (3 балла) Решите уравнение  $\sin^2x - 2\sin x = 0$ . В ответ запишите количество решений, принадлежащих промежутку  $[0; 4\pi]$ .

15. (3 балла) Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



16. (3 балла) Заказ на 126 открыток первый дизайнер выполняет на 5 часов быстрее, чем второй. Сколько открыток за час изготавливает первый дизайнер, если известно, что он за час может приготовить на 5 открыток больше второго?

#### Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Ответ	2	3	50 тыс	0,25	6	-7	1	-10	7	3500	15	11	9	5	6	13

#### ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА, ПРЕДУСМАТРИВАЮЩИЕ РАЗВЕРНУТЫЙ ОТВЕТ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам		
№	Вопрос	Примерный ответ
1.	Что такое прямоугольная матрица размера $m \times n$	Прямоугольной матрицей размера $m \times n$ называется совокупность $m \cdot n$ действительных чисел, расположенных в виде прямоугольной таблицы, содержащей $m$ строк и $n$ столбцов
2.	Что такое дифференциальное исчисление	Дифференциальное исчисление – раздел математики, в котором

		изучаются производные и их применения к исследованию функций
3.	Решите неравенство: $x^2 - 16 < 0$	Ответ: (-4; 4) $x^2 - 16 < 0$ $(x - 4)(x + 4) < 0$
4.	На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ , определённой на интервале $(-3; 11)$ . Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[2; 9,5]$ .	Ответ: -3
5.	Что такое математическая модель	Математическая модель – формальная схема реального объекта (процесса, проблемы), составленная с помощью математических обозначений, символов и соотношений
6.	Что такое главная диагональ матрицы	<b>Главная диагональ матрицы</b> – элементы матрицы, у которых номер строки совпадает с номером столбца.
7.	Чему равен второй замечательный предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	Ответ: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
8.	На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$ . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$ .	Ответ: 1,25

9.	Что такое логарифм числа b по основанию a	Логарифм числа b по основанию a – показатель степени, в которую нужно возвести основание a, чтобы получить число b.
10.	Что такое первообразная для функции f на заданном промежутке	Первообразная для функции f на заданном промежутке – функция F, если для всех x из этого промежутка $F'(x) = f(x)$ .
11.	Перечислите различные виды матриц. Назовите не менее трёх видов.	Могут быть указаны следующие виды: <ul style="list-style-type: none"> <li>• квадратная;</li> <li>• диагональная;</li> <li>• единичная;</li> <li>• нулевая</li> <li>• прямоугольная;</li> <li>• верхне- (нижне-) треугольная матрица</li> <li>• матрица-строка (вектор-строка)</li> <li>• матрица-столбец (вектор-столбец)</li> </ul>
12.	Чему равен первый замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ <i>Ответ:</i> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	<i>Ответ:</i> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
13.	Какой многогранник называется пирамидой	Пирамида – многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания, – вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания
14.	Что такое скалярное произведение векторов	Скалярное произведение векторов – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.
15.	Вычислите предел, используя теорему о пределе частного $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 2x - 3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 3x + 3)} = \frac{18}{21} = \frac{6}{7}$	<i>Ответ:</i> $\frac{6}{7}$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 2x - 3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 3x + 3)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 2x - 3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 3x + 3)} = \frac{18}{21} = \frac{6}{7}$
16.	Что такое функция	Функция – математическое понятие, отражающее связь между элементами различных множеств. Более точно, это «закон», по которому каждому элементу одного множества (называемому областью определения) ставится в соответствие некоторый

		элемент другого множества (называемого областью значений).
17.	Каков физический смысл производной	Физический смысл производной $V = s'(t_0)$ . – скорость прямолинейного движения материальной точки в момент времени $t_0$ есть производная от пути по времени.
<b>ПК 1.1 Осуществлять расчетно-кассовое обслуживание клиентов</b>		
18.	Заполните пропуск в определении Число $A$ называется _____ функции $y = f(x)$ в точке $x_0$ (или при $x \rightarrow x_0$ ), если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$ , что для всех $x \neq x_0$ удовлетворяющих неравенству $ x - x_0  < \delta$ , выполняется неравенство $ f(x) - A  < \varepsilon$ . <i>Ответ: пределом</i>	<i>Ответ: пределом</i>
19.	Как называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при приращении аргумента стремящегося к нулю.	<i>Ответ:</i> Производная функции $y = f(x)$ в точке $x_0$
20.	Каков геометрический смысл производной	Геометрический смысл производной $k = f'(x_0)$ – угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x_0)$ в точке касания $x_0$
21.	Чему равен неопределенный интеграл $\int e^x dx$	$\int e^x dx = e^x + c$
22.	По какой формуле вычисляется производная произведения?	$(uv)' = u'v + uv'$ ;
23.	Даны матрицы $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ Найдите сумму $X + Y$	$X + Y = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
24.	Что такое скалярное произведение двух ненулевых векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$	Скалярное произведение двух ненулевых векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними
25.	Даны матрицы $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ Найдите разность $X - Y$	$X - Y = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
26.	На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком,	<i>Ответ:</i> 12 •

	<p>вычислите <math>F(8) - F(6)</math>, где <math>F(x)</math> — одна из первообразных функции <math>f(x)</math>.</p>	
27.	Что такое аксиома	Аксиома – утверждение, содержащееся в формулировках основных свойств простейших фигур, которое не доказывается.
28.	Что такое аргументы функции	Аргументы функции – величины из некоторого множества элементов (называемого областью определения функции), которые являются исходными данными для функции и которым соответствуют значения функции